UNIVERSITÉ SULTAN SLIMANE FACULTÉ POLYDISCIPLINAIRE DE KHOURIBGA
EXAMEN D'ALGÈBRE 1 (SMIA, S1) DURÉE : 1H30M 2022/2023

Pour chaque question, cocher la seule réponse exacte parmi les six réponses.

NOM, PRÉNOM ET NUMÉRO DE PLACE : ____________________

1. (2 points) La relation suivante $R \Rightarrow (S \Rightarrow T)$ est équivalente à
   - A. ☐ $(R \Rightarrow S)$ ou $(S \Rightarrow T)$
   - B. ☐ $(R \Rightarrow S) \Rightarrow T$
   - C. ☐ $(R$ ou $S) \Rightarrow T$
   - D. ☐ $(R$ et $S) \Rightarrow T$
   - E. ☐ (non $T) \Rightarrow (R$ et $S)$
   - F. ☐ toutes les réponses précédentes sont fausses
2. (2 points) Laquelle des relations suivantes est vraie ?
   - A. ☐ $\exists a > 0, \forall x > 0, a < \frac{x}{x+1}$
   - B. ☐ $\exists a > 0, \forall x > 0, a < x^2 + \frac{1}{x}$ $(a = 1)$
   - C. ☐ $\exists a > 0, \forall x > 0, a < \frac{1}{x}$
   - D. ☐ $\forall x \in \mathbb{R}^*, \forall y \in \mathbb{R}^*, \forall z \in \mathbb{R}^*, z^2 - xy \neq 0$
   - E. ☐ $\exists x \in \mathbb{R}^*, \forall y \in \mathbb{R}^*, \forall z \in \mathbb{R}^*, z^2 - xy = 0$
   - F. ☐ toutes les relations précédentes sont fausses
3. (2 points) Soit $(x_n)_{n\geq 0}$ une suite réelle. On dit que $a \in \mathbb{R}$ est une **valeur d'adhérence** de cette suite si $\forall \varepsilon > 0, \forall N \in \mathbb{N}, \exists n > N, |x_n - a| < \varepsilon$. Pour que a ne soit pas une valeur d'adhérence de (x_n) ~~suite~~ il faut et il suffit que :
   - A. ☐ $\exists \varepsilon > 0, \forall N \in \mathbb{N}, \exists n \leq N, |x_n - a| \geq \varepsilon$
   - B. ☐ $\exists \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \leq N, |x_n - a| \geq \varepsilon$
   - C. ☐ $\exists \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \leq N, |x_n - a| < \varepsilon$
   - D. ☐ $\forall \varepsilon > 0, \forall N \in \mathbb{N}, \forall n \leq N, |x_n - a| < \varepsilon$
   - E. ☐ $\exists \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n > N, |x_n - a| \geq \varepsilon$
   - F. ☐ toutes les réponses précédentes sont fausses
4. (2 points) Soient $f, g, h : E \to E$ des applications telles que $h \circ g \circ f$ est surjective et $g \circ f \circ h$ est injective. On en déduit que
   - A. ☐ f est surjective
   - B. ☐ g est injective
   - C. ☐ $h \circ f \circ g$ est bijective
   - D. ☐ $g \circ f$ est bijective
   - E. ☐ $f \circ g \circ h$ est injective
   - F. ☐ toutes les réponses précédentes sont fausses
5. (2 points) Une application $f : X \to Y$ est injective il faut et il suffit que
   - A. ☐ pour tout $A \subset X$, $A \subset f^{-1}(f(A))$
   - B. ☐ pour tout $B \subset Y$, $f(f^{-1}(B)) \subset B$
   - C. ☐ pour tout $B \subset Y$, $f(f^{-1}(B)) = B$
   - D. ☐ pour tous $A_1, A_2 \subset X$, $f(A_1 \cup A_2) = f(A_1) \cup f(A_2)$
   - E. ☐ pour tous $A_1, A_2 \subset X$, $f(A_1 \cap A_2) = f(A_1) \cap f(A_2)$
   - F. ☐ toutes les réponses précédentes sont fausses

6. (2 points) Soient X et Y deux ensembles ayant plus de deux éléments. Une application $f : X \to Y$ est injective il faut et il suffit que

A. ☐ il existe une application inverse à gauche de f

B. ☐ il existe une seule application inverse à gauche de f

C. ☐ il existe une application inverse à droite de f

D. ☐ il existe une seule application inverse à droite de f

E. ☐ il existe une application inverse à gauche et à droite de f

F. ☐ toutes les réponses précédentes sont fausses

7. (2 points) Soit $E = \mathscr{P}(\mathbb{N})\backslash\{0\}$ muni de la relation $R\{A, B\} : A \cap B \neq \varnothing$.

A. ☐ R est une relation d'équivalence

B. ☐ R est une relation d'ordre

C. ☐ $R\{A, B\} \Leftrightarrow A \triangle B = \varnothing$

D. ☐ $R\{A, B\} \Leftrightarrow A \cup B \neq \varnothing$

E. ☐ R est transitive

F. ☐ toutes les réponses précédentes sont fausses

8. (2 points) Combien existe-t-il de relations d'équivalence sur l'ensemble $E = \{0, 1, 2\}$?

A. ☐ 3

B. ☐ 4

C. ☐ 5

D. ☐ 6

E. ☐ 7

F. ☐ toutes les réponses précédentes sont fausses

9. (1 point) Combien existe-t-il de relations d'ordre total sur l'ensemble $E = \{0, 1, 2\}$?

A. ☐ 5

B. ☐ 6

C. ☐ 7

D. ☐ 8

E. ☐ 9

F. ☐ toutes les réponses précédentes sont fausses

10. (3 points) Combien existe-t-il de relations d'ordre sur l'ensemble $E = \{0, 1, 2\}$?

A. ☐ 16

B. ☐ 17

C. ☐ 18

D. ☐ 19

E. ☐ 20

F. ☐ toutes les réponses précédentes sont fausses